

## 8. Лабораторијске вежбе

Важан део скоро сваког експеримента у физици јесте **мерење**, тј. одређивање вредности неке физичке величине. На пример, одређивање дужине ове књиге је пример мерења, свакако једноставнијег. Коришћењем мерног уређаја, у овом случају метарске траке или лењира, добијамо вредност тражене физичке величине. Овде се поставља питање на који начин треба приказати резултат мерења.

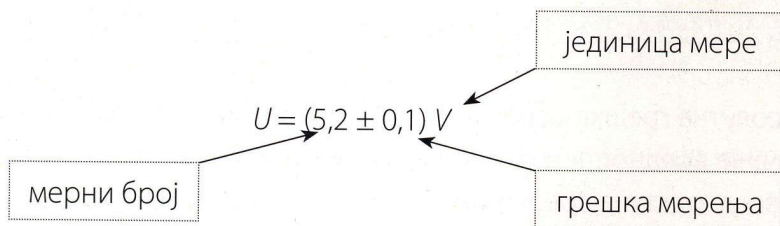
Сваки резултат мерења требало би да садржи три основна елемента: бројну вредност, јединицу мере и грешку мерења. Шта то, у ствари, значи? Очигледно је да резултат који не садржи прва два од три наведена елемента није јасан. На пример, ако као резултат мерења дужине ове књиге наведемо  $l = 297$ , није јасно да ли то значи да је дужина књиге 297 cm, 297 mm или нешто друго, иако би свако лако погодио да је реч о милиметрима. Ако је, међутим, као резултат мерења напона између две тачке у неком струјном колу наведено  $U = 5$ , проблем је много озбиљнији. Да ли је реч о 5 V, 5 mV или 5 kV? Разлике између тих вредности веома су велике, а грешке изазване њиховим ненавођењем могу бити веома опасне. Постоји велики број таквих и сличних примера. Дакле, резултат треба да садржи и јединицу мере. На пример, напон између две тачке је  $U = 5 \text{ V}$ . Наведено правило не односи се на тзв. бездимензионе величине као што је, на пример, коефицијент корисног дејства. Резултат  $U = 5 \text{ V}$  ипак није коректно наведен јер недостаје грешка мерења. У чему је значај навођења те грешке? Размотримо следеће примере. Када купујемо, на пример, кикирики на мерење, у продавници ћемо тражити сто грама или пола килограма. Продавац нас неће питати с којом грешком треба да измери ту масу. За разлику од тога, у физици и у другим природним и техничким наукама *важно је с коликом је грешком одређена нека величина, ѿј. колика је моућа грешка начињена ѿриликом мерења*. На пример, није свеједно да ли сте дужину школске клупе измерили с грешком од једног милиметра или од једног дециметра. Исто тако, ако је грешка мерења, на пример,  $\Delta l = 1 \text{ cm}$ , није свеједно колика је измерена вредност. Одредити дужину школског дворишта с том грешком много је теже него одредити дужину књиге с истом грешком. Наведена грешка мерења назива се **апсолутна грешка мерења**. Дакле, у овом случају, апсолутна грешка мерења дужине школског дворишта и књиге је иста. У чему је онда разлика, а сложићемо се да разлика свакако постоји? Ако израчунамо количник апсолутне грешке мерења и измерене вредности за два поменута примера, добићемо знатно различиту вредност. Претпоставимо да смо

одредили да је дужина књиге 297 mm дуж једне ивице, а дворишта 20 m. Количник апсолутне грешке мерења и измерене дужине у првом случају је 0,034, а у другом 0,0005! **Релативна грешка мерења** бројно је једнака количнику апсолутне грешке мерења и измерене величине. Множењем тог количника са 100 добија се релативна грешка у процентима. Дакле, апсолутна грешка мерења дужине књиге и дворишта у нашем примеру је једнака, али се релативна грешка разликује. Важно је нагласити да апсолутна и релативна грешка нису две различите грешке, већ само различит начин приказивања истог резултата мерења.

	Књига	Двориште
измерена вредност дужине	29,7 cm	2000 cm
апсолутна грешка	1 cm	1 cm
релативна грешка	0,034	0,0005
релативна грешка у процентима	3,4 %	0,05 %

Вратимо се сада на пример одређивања напона.

Коректно наведен резултат из примера одређивања напона између две тачке мерења је, на пример,



Релативна грешка овог мерења је:

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{0,1 V}{5,2 V} = 0,01923 = 1,923\%$$

Како се одређује могућа грешка начињена приликом мерења? На ово питање није лако укратко одговорити. Начин за одређивање грешке (обично се каже „процена грешке“) зависи од врсте мерења (да ли се резултат понавља или не, да ли је мерење директно или индиректно итд.). Наука која се бави мерењима физичких величина и проценом грешака мерења назива се **метрологија**.

Може се догодити да приликом мерења једне физичке величине добијамо исте бројне вредности, иако мерење понављамо више пута. Ако дужину свеске дуж једне ивице мерите лењиром, увек ћете добити исту вредност. У овом случају апсолутна грешка мерења једнака је вредности најмањег

подељка на лењиру, а то је углавном 1 mm. Вредност најмањег подељка у овом случају је **тачносћ инструменћа**. На пример, тачност аналогног хронометра (с казаљкама) при мерењу једнака је вредности најмањег подељка на скали, а то је углавном 0,2 s или 0,1 s. Код неких других мерних уређаја тачност се одређује на сложенији начин.

Ако се резултат мерења **не понавља**, одређивање резултата неког мерења (у једноставнијим случајевима) своди се на израчунавање средње вредности добијене из више пута поновљеног мерења.

Анализираћемо резултате мерења код кога се нека величина, означимо је са **x**, мери више пута, при чему се не добијају исте бројне вредности (приказане у следећој табели).

Редни број мерења	x [cm]
1	3,01
2	2,99
3	3,06
4	2,98
5	3,00

Дакле, резултат мерења добија се као:

$$x_{sr} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 3,008 \text{ cm.}$$

Апсолутна грешка мерења представља највеће одступање између ове средње вредности и неке од пет измерених вредности. У овом случају, највише одступа вредност  $x_3$ . Дакле, апсолутна грешка овог мерења је:

$$\Delta x = |x_{sr} - x_3| = 0,052 \text{ cm.}$$

Да бисмо резултат мерења записали на коректан начин, потребно је да добијену грешку и резултат правилно заокружимо.

Постоји више правила заокруживања резултата мерења која су подједнако коректна, а овде ћемо навести само једно од њих. Прво се заокружује грешка, а затим резултат.

Грешка се заокружује тако што после заокруживања може имати само једну цифру различиту од нуле (сем у неким сложенијим случајевима). Размотримо ово правило на једном примеру. Нека је за грешку неког мерења добијена вредност:

$$\Delta x = 0,042174510 \text{ J.}$$

Прво треба уочити прву цифру (ако се посматра слева надесно) која је различита од нуле. У овом случају, то је 4. Све остале цифре се одбацују, тако да се, ако је прва од одбачених цифара различита од 0, неодбачена цифра повећава за један.

Дакле, одбацујемо 2174510 и грешку заокружујемо на:

$$\Delta x = 0,05 \text{ J.}$$

Претпоставимо да је резултат мерења чију смо грешку заокружили:

$$x = 3,521458791 \text{ J.}$$

Уочимо децимално место истог реда коме одговара величина грешке. То је, у овом случају, место стотих делова, на коме је цифра 2. Све остале цифре иза ове се одбацују и при том се води рачуна о томе да ли је прва одбачена цифра мања, већа или једнака цифри 5. Ако је:

- прва одбачена цифра мања од 5, претходна неодбачена цифра се не мења;
- прва одбачена цифра већа од 5, претходна (неодбачена) цифра повећава се за један;
- прва одбачена цифра једнака 5, а иза ње нема цифара различитих од нуле, претходна неодбачена цифра не мења се ако је парна, а повећава за јединицу један ако је непарна;
- прва одбачена цифра једнака 5, а цифра иза ње није нула, претходна неодбачена цифра се повећава.

Дакле, у наведеном примеру резултат се заокружује на:

$$x = 3,52 \text{ J.}$$

Правилно записан резултат мерења изгледа овако:

$$x = (3,52 \pm 0,05) \text{ J.}$$

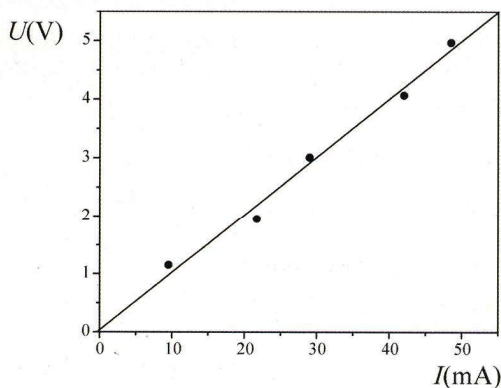
Следећа табела може да послужи за увежбавање правила заокруживања грешке и резултата мерења (нису наведене јединице).

$\Delta x$ незаокружено	$\Delta x$ заокружено	$x$ незаокружено	$x$ заокружено	
0,001432415	<b>0,002</b>	1,5321441451	<b>1,532</b>	$(1,532 \pm 0,002)$
230,22	<b>300</b>	5000,3	<b>5000</b>	$(5,0 \pm 0,3) \cdot 10^3$
10,15	<b>10</b>	4519	<b>4520</b>	$(4,52 \pm 0,01) \cdot 10^3$
23	<b>30</b>	153,50144145	<b>150</b>	$(1,5 \pm 0,3) \cdot 10^2$
110	<b>200</b>	22251,1	<b>22300</b>	$(2,23 \pm 0,02) \cdot 10^4$
0,01500	<b>0,02</b>	0,222141	<b>0,22</b>	$(0,22 \pm 0,02)$
0,0651	<b>0,07</b>	0,252743	<b>0,25</b>	$(0,25 \pm 0,07)$
0,0000424789	<b>0,00005</b>	0,0015321441	<b>0,00153</b>	$(1,53 \pm 0,05) \cdot 10^{-3}$

У већини експеримената у физици важна је анализа зависности једне физичке величине од неке друге. На пример, вода у флаши извађеној из фрижидера мења своју температуру с временом. Дакле, могла би се приказати зависност температуре воде од времена. Променом струје кроз отпорник у колу мења се напон на њему, дакле може се приказати зависност напона од струје. Те зависности се, осим табеларно, обично приказују и графички.

График зависности из другог примера на апсциси ( $x$ -оса) треба да има приказане вредности струје, а на ординати ( $y$ -оса) вредности напона (слика 8.1). Да би график био коректан и једноставан за коришћење, потребно је да буде нацртан у складу с одређеним правилима. Овде ћемо навести само нека.

1. График се ради прегледности црта на што већој површини папира, обично с милиметарском поделом.
2. Осе се повлаче по маргинама милиметарског папира.
3. Осе треба да буду обележене тако што се наводе физичке величине и мерне јединице.
4. На осе се наносе само еквиливантне бројне вредности; подела не треба да буде превише густа.
5. На график се не наносе никакве помоћне линије нити бројне вредности.



Слика 8.1.

Најпростија зависност две физичке величине је када је једна директно пропорционална другој. Пример такве зависности је Омов закон, који ћемо научити у осмом разреду. Напон на крајевима отпорника директно је пропорционалан струји која протиче кроз њега. Уколико се струја кроз дати отпорник повећа два пута, и напон на крајевима отпорника повећаће се два пута. Ако се струја повећа три или више пута, пропорционално ће се повећати и напон. Уколико нацртамо график на коме се налазе мерења струје која протиче кроз отпорник и напона на његовим крајевима, видећемо да све тачке приближно леже на истој правој. После уношења тачака обично се црта и права која приближно пролази кроз све тачке. У идеалном случају тачке би заиста биле на једној правој, али због неизбежних грешака мерења, оне мало одступају. Одређивање грешке помоћу графика нешто је сложенији задатак, али ћемо овде само навести да је грешка мерења мања ако се тачке на графику налазе ближе уцртаној правој линији.